

2020



UNIVERSIDADE
DE SÃO PAULO



Instituto de Física de São Carlos

SLC 0629 - Laboratório de Fluidos e Termodinâmica



Laboratório de Ensino

IFSC/USP

Práticas

Prática 1: Medida de densidades	1
Prática 2: Zero Absoluto	7
Prática 3: Dilatação Térmica dos Sólidos	9
Prática 4: Calorimetria.....	15
Prática 5: Primeira Lei da Termodinâmica - Equivalente Mecânico da Caloria.....	21
Prática 6: Processos sobre gases - Medida do fator γ do ar.....	25
Apêndice 1 – Propagação de erros	29
Apêndice 2 – Método de ajuste por mínimos quadrados	30

Prática 1: Medida de densidades

1. Objetivo

Determinação da densidade de líquidos e sólidos utilizando o princípio de Arquimedes, através de experimentos realizados com balança e com o areômetro de Nicholson.

2. Introdução: Conceito de empuxo

O Princípio de Arquimedes pode ser enunciado como: “Um corpo mergulhado em um líquido, sofre a ação de uma força de sentido ascensional, cujo módulo é igual ao peso do volume de líquido deslocado pelo próprio corpo”. A força ascensional é o empuxo do fluido sobre o corpo. A demonstração do Princípio pode ser feita considerando a condição de equilíbrio hidrostático para um líquido de densidade ρ no interior de um recipiente. Destaquemos uma porção de líquido com volume V , de forma e tamanho arbitrário, tal como mostra a Figura 1a. Na condição de equilíbrio hidrostático, a resultante de todas as forças que atuam sobre o volume de líquido destacado deve ser nula. Uma das forças atuantes é o peso do líquido nesse volume, $\vec{P} = m\vec{g} = \rho V\vec{g}$. A outra força é a resultante \vec{E} das forças de pressão que o resto do líquido exerce na superfície do volume V , tal como esquematizado na Figura 1b. Esta força é o empuxo do líquido sobre o volume V . Na condição de equilíbrio, $\vec{P} + \vec{E} = 0$. Portanto, a força de empuxo \vec{E} possui magnitude igual ao peso do líquido dentro de V :

$$E = P = \rho Vg .$$

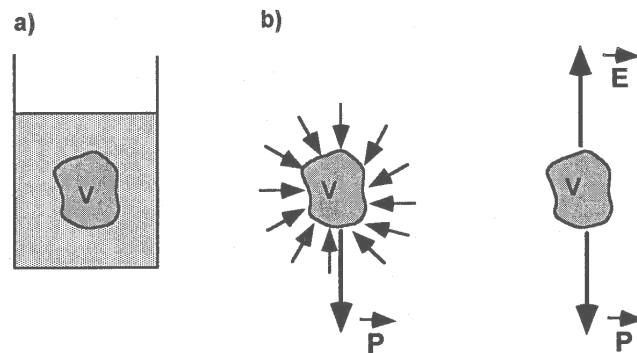


Figura 1: Forças atuantes sobre um volume V arbitrário dentro de um líquido.

No caso que o volume V seja preenchido por outro corpo com densidade ρ' , diferente daquela do líquido ρ , o empuxo *não será alterado*. O empuxo E será sempre o peso do líquido de densidade ρ deslocado pelo volume V . Isto ocorre porque o volume que limita o corpo não foi alterado, e portanto as forças de pressão externas representadas na figura 1b são as mesmas.

Quando $\rho > \rho'$, o corpo submerso no líquido deverá emergir, já que o empuxo exercido pelo líquido será maior que o peso do corpo. Quando $\rho' > \rho$, o corpo submerso deverá afundar, pois o seu peso é maior que o empuxo exercido pelo líquido.

Em todos os experimentos descritos a seguir, o empuxo exercido pelo ar sobre os corpos será desprezado. **Justifique esta suposição quantitativamente no relatório.**

3. Medida de densidade de um sólido

Para medir a densidade $\rho' = m/V$ de um corpo sólido de forma arbitrária, a maior dificuldade é determinar o volume V . A massa é medida de forma direta usando uma balança. O volume pode ser obtido indiretamente, medindo-se o empuxo E sofrido por ele quando mergulhado em um líquido de densidade ρ_l conhecida, normalmente água. A determinação do empuxo E pode ser feita com uma balança ou com o areômetro de Nicholson.

3.a. Determinação do volume de um corpo usando uma balança.

Descreveremos o método considerando uma balança de pesagem de força normal, como as disponíveis comumente no laboratório de ensino. Deve se lembrar que estas balanças medem a força normal exercida pelo prato sobre o corpo pesado, mas o resultado é mostrado em unidades de massa, isto é, já dividido pela aceleração da gravidade.

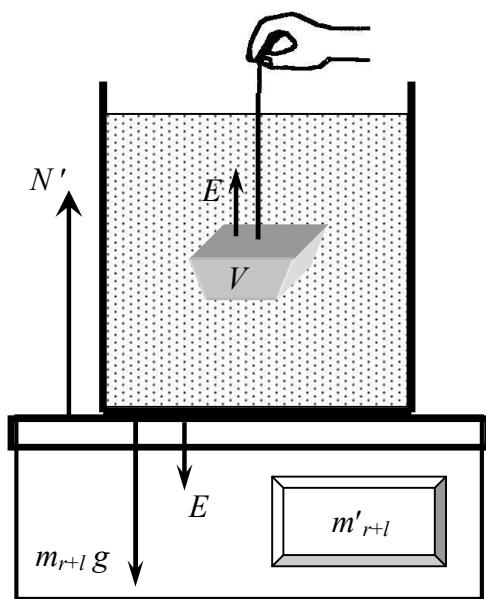


Figura 2: Método de determinação do volume de um corpo numa balança.

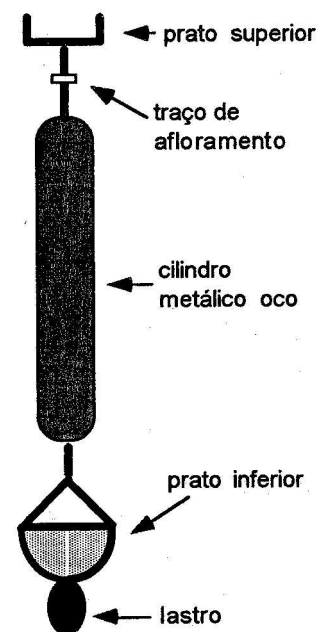


Figura 3: Areômetro de Nicholson.

Inicialmente, se determina a massa m_{r+l} do recipiente com o líquido que será usado para submergir o corpo (cilindro de latão). Meça também a massa do corpo (m_s). A leitura que a balança fornece é $m_{r+l} = N/g$. A força N que a balança exerce sobre o recipiente compensa o peso $m_{r+l}g$. Numa segunda etapa, mergulha-se o corpo cujo volume se quer determinar segurando-o por um fio, como mostrado na figura 2a, tomando-se cuidado para que ele fique totalmente submerso, mas sem encostar nem no fundo nem nas laterais do recipiente. Na figura 2b é mostrado o esquema de forças atuantes sobre o recipiente. Diferente da primeira pesagem, a balança deve exercer uma força N' sobre o recipiente pois agora esta atuando também a reação ao empuxo E que o líquido faz sobre o corpo. A leitura da balança é agora:

$$m'_{r+l} = N'/g.$$

Como o sistema está em equilíbrio, o empuxo E deve ser:

$$E = N' - m_{r+l}g.$$

Mas por outro lado, de acordo com o princípio de Arquimedes o empuxo deve ser:

$$E = \rho_l V g$$

Combinado estas três equações, podemos determinar o volume V do corpo:

$$V = \frac{m'_{r+l} - m_{r+l}}{\rho_l}$$

Se o líquido for água, o volume do sólido será simplesmente a diferença entre as duas leituras da balança. Em algumas balanças, pode-se inicialmente *tarar* a balança com o recipiente e o líquido. Neste caso, se o líquido for água e a pesagem está em gramas, a leitura da balança será diretamente o volume do corpo em cm^3 . **Justifique esta afirmação no relatório.**

Calcule a densidade do cilindro e compare com a densidade tabelada do latão, calculando o erro

percentual: $E(\%) = \frac{|VE - VT|}{VT} \times 100\%$, onde VE é o valor experimental e VT é o valor teórico da grandeza que está sendo comparada.

3.b. Determinação do volume de um corpo usando o areômetro de Nicholson

O areômetro de Nicholson, mostrado na figura 3, consiste basicamente de um cilindro metálico oco, ao qual são adaptados dois pratos: um superior e outro inferior, mais um lastro no fundo. Se o areômetro é submerso verticalmente num líquido, como mostrado na figura 4, é necessário colocar pesos nos pratos para compensar o empuxo. A haste que une o prato superior ao cilindro possui uma marca de referência denominada “traço de afloramento”. Quando o areômetro submerso em um líquido se encontra em equilíbrio hidrostático, diz-se que ocorreu o “afloramento”¹ quando o traço coincide com a superfície do fluido. O volume da estrutura do areômetro situado *abaixo* do traço de afloramento será denominado por V_{areom} , enquanto que seu peso *total* será denominado por P_{areom} .

Inicialmente, determina-se diretamente com uma balança a massa do corpo sólido em questão, m_s , do qual se deseja determinar a densidade. A medida do volume V do corpo é feita realizando dois experimentos com o areômetro submerso em água.

No primeiro experimento, o corpo sólido se coloca no prato superior, e se agrega no prato uma massa adicional, m_a , de modo de obter o afloramento do areômetro, tal como mostrado na figura 4a. Para este caso, a equação de equilíbrio hidrostático do areômetro completo resulta:

$$(m_s + m_a)g + P_{areom} = \rho_{\text{água}} g V_{areom}$$

Meça o empuxo sobre o areômetro e determine assim seu volume V_{areom} .

No segundo experimento, o corpo sólido é colocado no prato inferior do areômetro. Para que o “afloramento” ocorra novamente, deve-se acrescentar uma massa m'_a no prato superior, como mostrado na figura 4b. Esta massa é maior que no caso anterior, porque estando o corpo submerso há um empuxo adicional que o líquido exerce sobre ele, que precisa ser compensado por uma massa de afloramento maior. A condição de equilíbrio nesta nova situação é:

¹ Aflorar: colocar no mesmo nível.

$$(m_s + m'_a)g + P_{areom} = \rho_{\acute{a}gua}g(V_{areom} + V)$$

Combinando ambas equações, obtemos o volume do corpo sólido:

$$V = \frac{(m'_a - m_a)}{\rho_{\acute{a}gua}}$$

Compare seu resultado com aquele obtido no item 3a.

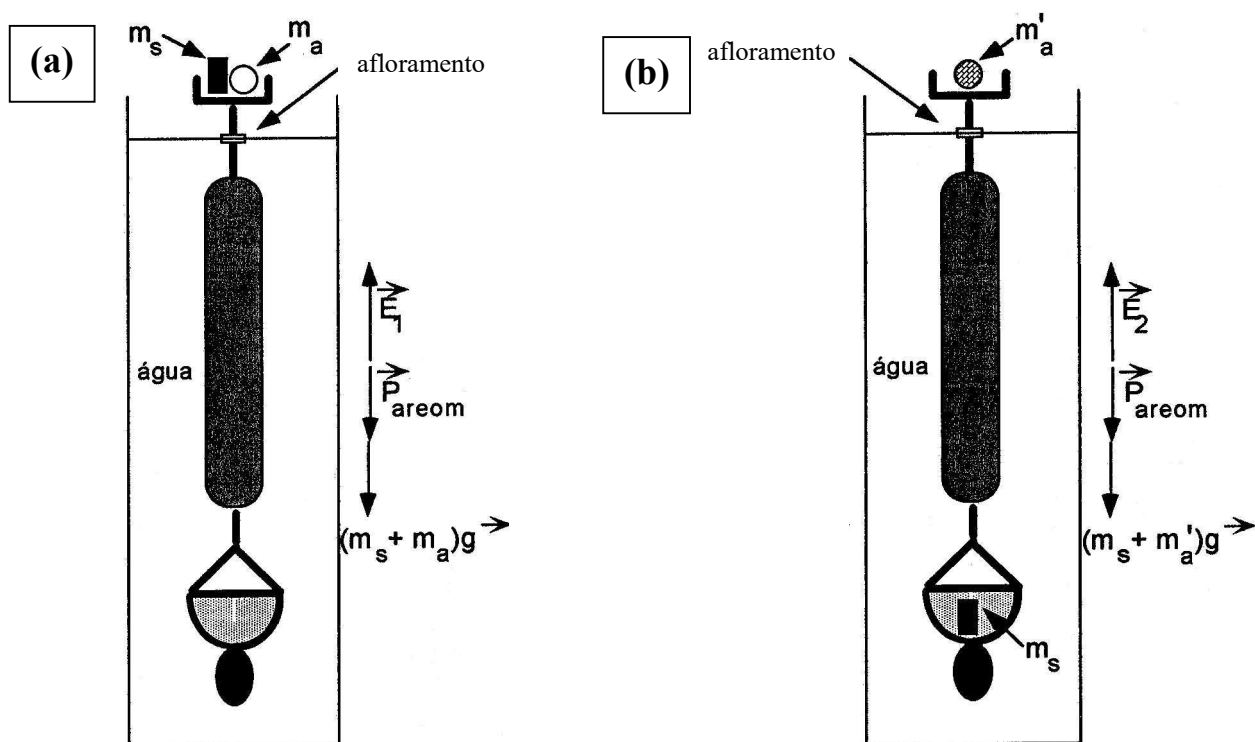


Figura 4: Duas etapas para medir o volume do corpo de massa m_s : (a) equilíbrio do areômetro com o corpo no prato superior e (b) no prato inferior.

4. Medida da densidade de um líquido utilizando o areômetro de Nicholson.

A medida da densidade de um líquido, ρ_l , pode ser feita usando o areômetro em duas etapas. Inicialmente, coloca-se o areômetro imerso em água, sendo “aflorado” com uma massa, m_t , no prato superior, como mostrado na figura 5a. Nesta situação, a condição de equilíbrio hidrostático é:

$$m_t g + P_{areom} = \rho_{\acute{a}gua} g V_{areom}$$

Observe que, se o experimento (3.b) foi realizado, esta condição é a mesma que a mostrada na figura 4a com $m_t = m_s + m_a$, e portanto não é necessário repetir este afloramento.

Posteriormente, coloca-se o mesmo areômetro imerso no líquido cuja densidade ρ_l se deseja determinar, sendo “aflorado” agora com uma massa diferente m'_t , como mostrado na figura 5b. A nova condição de equilíbrio hidrostático é:

$$m'_t g + P_{areom} = \rho_l g V_{areom}$$

Associando as duas últimas equações obtemos a densidade do líquido:

$$\rho_l = \rho_{\text{água}} - \frac{(m_t - m'_t)}{V_{areom}}.$$

Compare o valor obtido com o tabelado para o álcool, calculando o erro percentual.

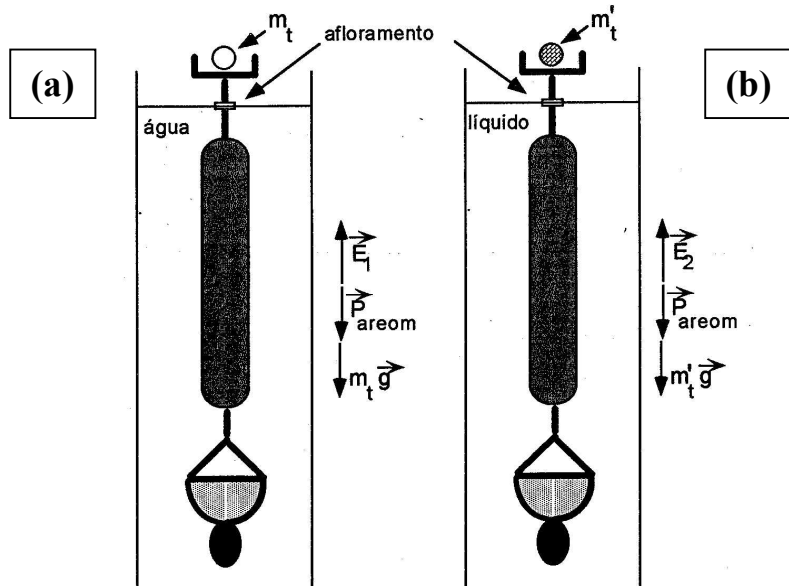


Figura 5: Utilização do areômetro de Nicholson para a determinação da densidade de um líquido: (a) afloramento em água, equivalente à condição da figura 4a, e (b) afloramento no líquido de densidade desconhecida.

Utilize um densímetro para determinar as densidades da água e do álcool em seu experimento. Comente as discrepâncias em relação aos valores tabelados. Compare também a densidade do álcool medida pelos dois métodos (densímetro e areômetro).

Material	Densidade (g/cm ³)
Ar (1 atm, 20°C)	0,0012
Água (4°C)	1,000
Latão	8,56
Álcool	0,789

Recomendações

1. Usar um copinho para colocar as massas no prato superior do areômetro.
2. Prender um fio de linha no areômetro para segurá-lo evitando, assim, que ele afunde se a massa colocada for maior do que a necessária para o afloramento.
3. Quando estiver próximo do ponto de afloramento dar pequenos toques no areômetro para tirar o efeito da tensão superficial do líquido.
4. O areômetro não deve encostar nas paredes do recipiente que o contém.

Prática 2: Zero Absoluto

1. Objetivo

Determinação da temperatura de zero absoluto, utilizando um termômetro de gás Helio.

2. Introdução

Consideramos um gás ideal dentro de uma ampola de vidro fechada, conectada a um manômetro de coluna de mercúrio, como mostrado na figura 1. Se variarmos a temperatura do gás, como a ampola é rígida e mantém seu volume constante, a pressão do gás deve mudar. Experimentalmente pode-se observar que a variação de pressão é diretamente proporcional à pressão inicial e à temperatura. Portanto, adotando como condição inicial do gás a temperatura de 0°C, com sua correspondente pressão P_0 , a pressão $P(t)$ na temperatura t (em °C) será dada por:

$$P(t) = P_0 \beta t + P_0.$$

O parâmetro β é o coeficiente de dilatação térmica do gás ideal a *volume constante*. O valor medido para β é da ordem de $0,003660 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

É possível observar que para certa temperatura $t_Z = -1/\beta$ resulta $P(t_Z) = 0$. A pressão absoluta pode ser interpretada fisicamente como à transferência média de impulso pelas colisões das moléculas de gás sobre a parede do recipiente. Portanto, a pressão somente pode assumir valores positivos ou nulos. Assim, t_Z é a mínima temperatura fisicamente possível para o gás. Esta temperatura é denominada *zero absoluto*.

3. Procedimento experimental

O termômetro utilizado nesta prática é um termômetro de gás He, mostrado na figura 1, operando com volume constante. O bulbo de vidro contendo He será colocado em contacto com banhos térmicos estáveis a diferentes temperaturas, e a pressão do gás será medida em cada uma delas utilizando o barômetro de Torricelli, contendo mercúrio, acoplado ao bulbo. A pressão pode ser determinada medindo a altura H entre ambos os meniscos do mercúrio. Use a borda horizontal de uma folha de papel para facilitar a leitura na escala da trena. Observe que, pelo tipo de manômetro, a pressão determinada é *absoluta*.

- Meça a pressão do gás para diversas temperaturas: ambiente, gelo fundente (0°C para água pura), banho de álcool com gelo seco (-78°C), nitrogênio líquido em ebulição (-196°C) e vapor de água em ebulição (100°C para água pura no nível do mar). Faça as medidas nessa sequência, para minimizar os tempos de estabilização térmica durante o experimento.
- Monitore a pressão e registre o valor quando estabilizar. Se possível, monitore a temperatura do banho térmico com um termômetro apropriado. **NÃO medir** a temperatura do N₂ líquido ou do banho com gelo seco com o termômetro digital; usar o valor tabelado.
- Construa um gráfico da pressão (medida em cm de Hg) em função da temperatura (medida em °C).
- Utilizando o software gráfico de sua preferência, faça um ajuste linear e determine a temperatura de zero absoluto t_Z e o coeficiente de dilatação dos gases ideais a volume constante β . Compare os valores obtidos com valores de referência, calculando o erro percentual.

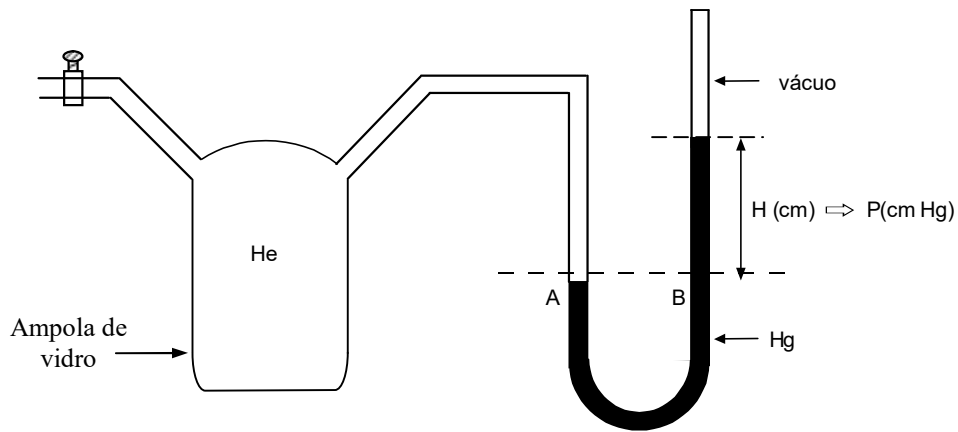


Figura 1: Termômetro a gás He a volume constante.

Constantes úteis:

Temperaturas de ebulição de líquidos	T (°C)
Nitrogênio	-195,95
Oxigênio	-183,0
Ar	-194,35
Gelo seco (CO ₂), sublimação	-78

Densidade do mercúrio: 13,534 g/cm³

Constante dos gases: R=8,314 J mol⁻¹K⁻¹

$$E(\%) = \frac{|VE - VT|}{VT} \times 100\%$$

Bibliografia

“Física” – Vol.1 – P.A. Tipler, 4ª. Edição – Livros Técnicos e Científicos, 1999.

Prática 3: Dilatação Térmica dos Sólidos

1. Objetivo

Nesta prática será estudado o fenômeno de dilatação térmica em sólidos. Será realizado um experimento para verificar e medir a dilatação térmica em três barras metálicas de alumínio, cobre e latão. A partir dessas medições serão determinados os respectivos coeficientes de dilatação linear dessas substâncias.

2. Introdução

De forma geral chamamos de dilatação ou expansão térmica a tendência da matéria mudar de volume em resposta a uma mudança em sua temperatura. Materiais sólidos geralmente não alteram a sua forma quando dilatam e por isso a dilatação térmica é usualmente expressa usando a fração de aumento de comprimento (em uma das dimensões) por unidade de aumento de temperatura, o denominado de coeficiente de dilatação linear. Já em líquidos e gases, que não apresentam forma definida, a expansão térmica é melhor caracterizada pela fração de mudança no volume por unidade de aumento de temperatura, que é conhecido como coeficiente de expansão volumétrica. Os coeficientes de dilatação são propriedades das substâncias que constituem os materiais (diferentes substâncias dilatam de forma diferente) e indicam a “facilidade” que o material possui de se expandir (ou contrair) quando aquecido (ou resfriado).

2.a. Dilatação Térmica dos Sólidos: Descrição Microscópica.

Nos materiais em estado sólido, as moléculas estão sujeitas a intensas forças de coesão, que as mantêm confinadas em torno de certas posições de equilíbrio. No entanto, essas moléculas não permanecem totalmente em repouso, havendo vibrações em torno das posições de equilíbrio, que são induzidas pela temperatura. Assim, podemos dizer, simplificada, que em um sólido os átomos ou moléculas se comportam tipicamente como se estivessem conectados por molas (que representam as forças intermoleculares). Existe uma distância de equilíbrio nos quais o sistema de partículas (átomos ou moléculas) tem energia potencial mínima. Se as partículas são unidas elas se repelem e se são afastadas elas se atraem, ou seja, uma situação bastante semelhante a alguns sistemas massa-mola que foram estudados nos capítulos anteriores. O que faz com que as partículas estejam em constante vibração é a energia térmica, sendo que um aumento de temperatura induz um aumento na amplitude de vibração e, conseqüentemente, na energia vibracional. Esse movimento de vibração das partículas pode ser caracterizado em um diagrama da energia potencial do sistema em função da separação interatômica, tal como mostrado na figura 1. Considerando uma energia interação do tipo harmônica $U(r) = k(r - r_0)^2$, ou seja, simétrica em relação a posição de equilíbrio, pode-se notar na figura 1a que não importa quão maior seja a energia de vibração, a posição média dos dois átomos será sempre a mesma. Ou seja, somente um aumento na vibração molecular induzida pela temperatura não explica o aumento da separação entre os átomos do sólido e, portanto, a dilatação. No entanto, devido a natureza das interações interatômicas, a função energia potencial não é simétrica em relação a posição de equilíbrio, mas apresenta uma assimetria típica, tal como ilustrado na figura 1b. Na temperatura T_1 os átomos têm energia E_1 e oscilam com uma amplitude A_1 e separação R_1 . Elevando-se a temperatura de T_1 para T_2 a energia do par de átomos aumenta de forma que eles passam a oscilar com amplitude maior A_2 e, devido a assimetria da curva, a distância média entre eles aumenta para R_2 . Neste caso, quanto maior for a amplitude de oscilação maior será a separação interatômica, tal como esquematizado pela linha tracejada (valor da distância interpartícula média \bar{R}) da figura 1b.

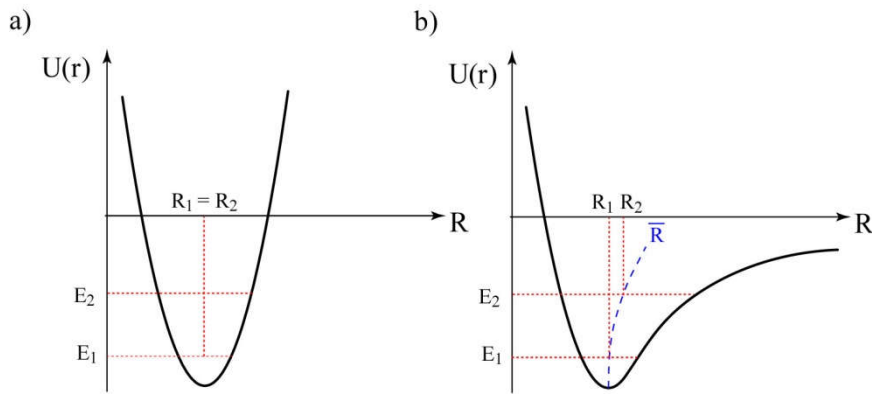


Figura 1: Função energia potencial U como função da separação R entre dois átomos interagentes. (a) Potencial harmônico (simétrico). (b) Potencial anarmônico (assimétrico).

2.b. Dilatação Térmica dos Sólidos: Descrição Macroscópica.

A despeito do entendimento da origem microscópica da dilatação, na maioria das situações práticas o fenômeno pode ser predito usando uma formação macroscópica. Embora a dilatação térmica ocorra simultaneamente nas três dimensões do sólido, é costumeiro analisá-la em termos de uma dilatação linear (para uma dimensão), uma dilatação superficial (para duas dimensões: área de uma superfície) e uma dilatação volumétrica (para três dimensões: volume).

Como já mencionado na introdução, no caso unidimensional a dilatação térmica é caracterizada através do coeficiente de dilatação linear α que é definido como a fração de aumento de comprimento $\Delta L/L$ (em uma das dimensões) por unidade de aumento de temperatura. Em linguagem matemática:

$$\alpha = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta L/L}{\Delta T} = \frac{1}{L} \frac{dL}{dT} \quad (1)$$

onde o coeficiente de dilatação linear α tem unidade de $1/^\circ\text{C}$ ou $1/\text{K}$. Os valores de α nos sólidos não são muito dependentes da pressão, mas podem variar consideravelmente com a temperatura. De fato, se consideramos uma grande faixa de temperatura, os valores de α podem variar consideravelmente. Porém, se tomarmos um intervalo de temperatura ΔT onde a variação de α é pequena, podemos caracterizar a dilatação do corpo através de um valor médio para α , ou seja,

$$\alpha = \frac{1}{L} \frac{\Delta L}{\Delta T} \quad (2)$$

Essa aproximação é suficiente para descrever a maioria das situações práticas. Considerando então que uma barra de comprimento L_0 e temperatura T_0 seja aquecida uniformemente até uma temperatura T e passe a ter um comprimento L , podemos escrever:

$$L_0 (T - T_0) \alpha = L - L_0 \quad (3)$$

que também pode ser reescrita como

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha (T - T_0). \quad (4)$$

Considerando ao coeficiente α como uma constante, a equação (4) indica que a expansão da barra varia linearmente com a temperatura. No entanto, é preciso salientar isto é uma

aproximação válida apenas em um intervalo de temperatura. Assim, em tabelas de propriedades de materiais mais completas os valores de α são indicados juntamente com a faixa de temperatura correspondente. Na tabela 1 estão mostrados os valores de α para alguns sólidos na faixa temperaturas de 0 a 100°. Note que o coeficiente de dilatação do ferro é semelhante ao do cimento, o que permite o uso de vigas de ferro como reforço em estruturas de concreto.

Tabela 1: Coeficiente de dilatação linear de algumas substâncias e materiais em estado sólido.

Substância / material	α ($10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$)
Zinco e suas ligas	19-26
Alumínio e suas ligas	21-25
Cobre e suas ligas	14-18
Latão	20
Prata	19
Bronze	18
Ouro	14
Aço	11-13
Ferro	12
Concreto	7-14
Alvenaria	5-9
Platina	9
Vidro comum	8
Granito	8
Placas cerâmicas	6
Porcelana	3-6
Vidro Pyrex	4

Questão: Duas empresas A e B fabricam paquímetros de aço e estão situadas na mesma cidade onde a temperatura média é de 30°. Na empresa A, a linha de produção opera a temperatura ambiente e na B a temperatura é mantida constante em 25°. Ambas contam com o mesmo tipo de padrão de referência para medidas de comprimento, que foi aferido em uma temperatura de 20°. Qual das duas empresas fabrica paquímetros mais confiáveis. Por quê? Se a empresa A resolver climatizar a sua linha de produção qual a temperatura que deveria utilizar?

Ao invés de considerar a dilatação do sólido em somente uma direção, podemos também tratar a dilatação observando a variação da superfície ou do volume do mesmo. Nestes casos, de modo análogo ao coeficiente de dilatação linear α , podemos também definir o coeficiente de dilatação superficial β e volumétrico γ , como sendo a fração de aumento da área, ou volume, por unidade de aumento de temperatura, ou seja,

$$\beta = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta A/A}{\Delta T} = \frac{1}{A} \frac{dA}{dT} \quad \text{e} \quad \gamma = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta V/V}{\Delta T} = \frac{1}{V} \frac{dV}{dT} \quad (5)$$

Onde os coeficientes de dilatação superficial e volumétrico também tem unidade de 1/°C ou 1/K. No caso de um sólido isotrópico (o coeficiente de dilatação é o mesmo em todas as direções), os coeficientes de dilatação β e α são relacionados ao coeficiente de dilatação linear por,

$$\beta = 2\alpha \quad \text{e} \quad \gamma = 3\alpha \quad (6)$$

Nestes casos as variações da área A e do volume V do sólido são descritas por

$$A = A_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad \text{e} \quad V = V_0 [1 - \gamma(T - T_0)] \quad (7)$$

Questão: Demonstre as equações (6) e (7), lembrando que $\alpha \ll 1$.

Questão: Uma esfera atravessa um orifício circular em uma chapa metálica em certa temperatura T_A . Porém, se a temperatura da esfera for aumentada para T_B ela deixa de atravessar a chapa. Discuta o que acontece se ao invés de aquecer a esfera a chapa metálica for aquecida.

No caso de líquidos a dilatação pode ser tratada como uma dilatação volumétrica, sendo caracterizada pelo coeficiente de dilatação volumétrica do líquido.

3. Experimental

Atenção: Nos experimentos será utilizado um forno elétrico capaz de atingir temperaturas próximas de 170 °C. Portanto:

- Não encostar no forno quando está operando.
- Manusear a barra quente unicamente com luvas de proteção.
- Ao retirar a barra quente, mantenha-a isolada em local seguro.

O aparato para medir a dilatação linear em sólidos metálicos é mostrado na figura 2. Está constituído por um forno cilíndrico horizontal, feito com um tubo oco de alumínio sobre o qual foi enrolado um fio de Khantal nº 35, utilizando poliéster como isolante elétrico. Uma fonte de tensão fixa faz circular uma corrente elétrica pelo fio, aquecendo a cavidade onde é colocada a barra. Um extremo da barra é preso ao suporte com um parafuso, ficando o extremo oposto livre para expandir ou contrair. A variação de comprimento é medida com um relógio comparador micrométrico, com sua haste encostada na extremidade livre da barra. A temperatura é medida com termômetro digital de inserção, sobre a extremidade oposta. Quando o circuito é ligado, a temperatura começa a aumentar imediatamente e a leitura da expansão é registrada no comparador. Uma vez montado o aparato, tome muito cuidado para não tirá-lo de posição nem encostar no suporte ou na mesa, pois isso poderá causar a perda de todas as medidas, sendo necessário reiniciar o experimento. Para garantir o regime estacionário de transferência de calor para a barra, não pode haver variação da temperatura ambiente nem correntezas de ar.

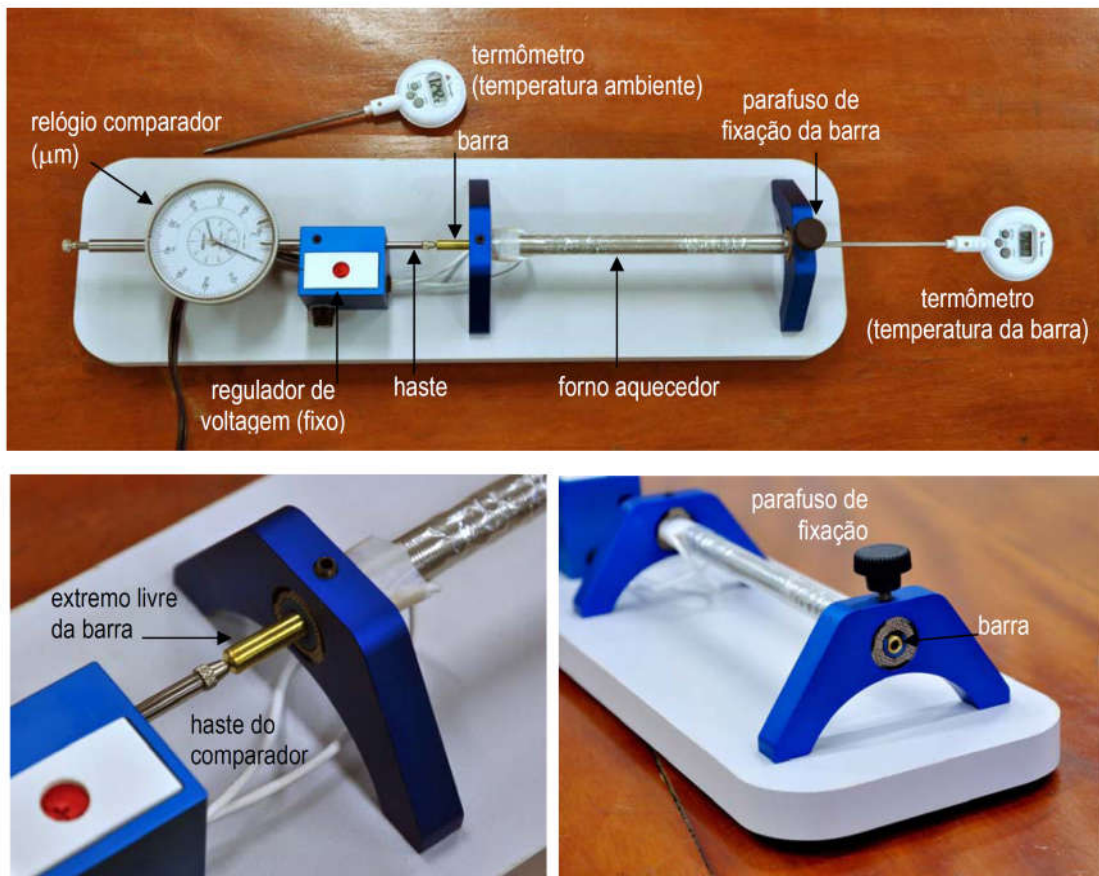


Figura 2: Montagem experimental para medida do coeficiente de dilatação térmica linear de uma barra metálica.

4. Procedimento experimental

O procedimento descrito abaixo será aplicado para medir o coeficiente de dilatação linear das três barras.

- Determine o comprimento da barra, entre o ponto de fixação e o extremo livre.
- Posicione o relógio comparador como mostra a figura 2, verificando que a haste faça certa pressão sobre a barra, e que a mesma possa deslizar livremente. Coloque o termômetro na cavidade na extremidade oposta da barra, cuidando que faça contato.
- Aguarde o forno esfriar até um pouco abaixo de 30°C . Ligue-o novamente na tomada (220V) e zere o relógio comparador quando a temperatura atingir 30°C . Essa será então a temperatura inicial da barra. T_0 .
- Opcionalmente*, pode monitorar a temperatura do ambiente com um segundo termômetro para detectar se há variação durante o experimento.
- Nesta etapa, fique particularmente atento ao andamento do experimento, pois a barra será aquecida de maneira rápida e contínua. Registre a expansão ΔL e a temperatura T da barra, tomando no mínimo oito pares de valores, até atingir 70°C .
- Para finalizar o experimento, desconecte o forno da tomada, espere alguns minutos e retire a barra **usando luvas de proteção**. Aguarde até a temperatura do forno resfriar um pouco abaixo de 30°C , antes de realizar um novo experimento.
- Com os dados obtidos, faça um gráfico de $\Delta L/L_0$ por ΔT para as barras de ALUMÍNIO e COBRE. Utilizando o software gráfico de sua preferência, faça um ajuste linear e determine o coeficiente de dilatação dos materiais (α). Compare os valores obtidos com os esperados ($\alpha_{\text{Cu}} = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, $\alpha_{\text{Al}} = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$), calculando o erro %.

$$E(\%) = \frac{|VE - VT|}{VT} \times 100\%$$

h) Para a barra de LATÃO, use cada par de valores de $\Delta L/L_0$ e ΔT ($^{\circ}\text{C}$) para obter o coeficiente de dilatação do latão (α_{Lat}). Calcule a média e o desvio padrão dos valores individuais de α_{Lat} , expressando seu resultado como $\bar{\alpha}_{\text{Lat}} \pm \Delta\alpha_{\text{Lat}}$. Compare o valor encontrado com aquele Listado na Tabela 1.

Desvio padrão:
$$\Delta x = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

i) Indique quais são os fatores da montagem experimental e/ou procedimento que poderiam causar erros sistemáticos no experimento.

Tabela 2: Dados dos experimentos de dilatação linear de sólidos

Temperatura ($^{\circ}\text{C}$)	Alumínio		Cobre		Latão	
	ΔL (m)	$\Delta L/L_0$	ΔL (m)	$\Delta L/L_0$	ΔL (m)	$\Delta L/L_0$
L_0 (m) =						
Coeficiente α ($^{\circ}\text{C}^{-1}$) =						

Bibliografia

“Física” – Vol.1 – P.A. Tipler, 4ª. Edição – Livros Técnicos e Científicos, 1999.

Prática 4: Calorimetria

1. Objetivo

Determinar o calor específico de um sólido e o calor latente de condensação da água, utilizando um calorímetro com capacidade térmica determinada experimentalmente.

2. Introdução

2.a. Calor específico

Considere dois corpos A e B , a diferentes temperaturas, t_a e t_b respectivamente, tais que $t_a > t_b$. Ao colocarmos os mesmos em contato, ocorre uma transferência de energia térmica, calor, do corpo A para o corpo B . A transferência de calor cessa ao ser atingido o equilíbrio térmico entre os dois corpos, ou seja, quando suas temperaturas se igualam, $t'_a = t'_b$.

A quantidade de calor, Q , trocada pelos corpos tem a mesma unidade de energia. Portanto no sistema internacional a unidade de quantidade de calor é o Joule (J). Por razões históricas, outra unidade é também usada, a caloria (cal), cuja relação com o Joule é : $1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J}$.

Quando um corpo muda sua temperatura desde um valor inicial t_i até uma temperatura final t_f , a quantidade de calor Q recebida (ou cedida) depende diretamente de sua massa m , e da variação de temperatura $\Delta t = t_f - t_i$:

$$Q = c m \Delta t \quad (1)$$

sendo o coeficiente de proporcionalidade c denominado *calor específico do corpo*, uma propriedade específica do material que o constitui. Diferentes substâncias apresentam distintos valores de calor específico, os quais também dependem da fase (sólida, líquida ou gasosa) em que ela se encontra. Na tabela 1 são mostrados valores de calor específico para algumas substâncias.

Tabela 1: Calor específico de algumas substâncias

substância	c (cal/g°C°)
latão	0,092
prata	0,056
ouro	0,032
gelo	0,500
água	1,000
vapor de água	0,480
alumínio	0,218
cobre	0,093

2.b. Calor latente: transições de fase.

Existem outros fenômenos térmicos em que, embora ocorram trocas de calor, a temperatura permanece constante. É o que acontece quando o estado físico da substância está passando de uma forma para outra: de líquido para gás, de sólido para líquido, de uma forma cristalina para outra, etc. Estes processos são as *transições de fase*. A energia térmica entregada (ou cedida) ao corpo não modifica sua temperatura, senão a organização molecular. A quantidade

de calor necessária para que um corpo mude de fase, mantendo sua temperatura fixa, é proporcional a sua massa m :

$$Q = Lm \quad (2)$$

sendo a constante de proporcionalidade, L , denominada *calor latente*, uma característica da substância e do tipo de transição de fase. Assim, com a convenção $Q > 0$ quando um sistema recebe calor, e $Q < 0$ quando cede, o calor latente poderá ser positivo ou negativo, dependendo da mudança de fase ocorrer com ganho ou perda de calor pelo sistema. Na tabela 2 são mostrados alguns valores característicos.

Tabela 2: Calor latente de algumas transições de fase

Transição	L (cal/g)
fusão do gelo (a 0°C)	80
solidificação da água (a 0°)	-80
vaporização da água (a 100°)	539
condensação do vapor de água (a 100°)	-539

2.c. Medição das trocas de calor: o calorímetro

Vamos considerar um sistema termicamente isolado, onde não há troca de calor com o meio ambiente. Se N corpos, com temperaturas diferentes, forem colocados no interior desse sistema, haverá uma troca de calor entre eles de tal forma que a soma algébrica das quantidades de calor, ΔQ_i trocadas por eles até o estabelecimento do equilíbrio térmico, será nula:

$$\sum_{i=1}^N Q_i = 0, \quad (3)$$

pois a energia total do sistema, isolado do ambiente, deve ser constante.

No estudo das trocas de calor, os corpos ou substâncias são geralmente colocados no interior de dispositivos especiais denominados *calorímetros*, onde são mantidos termicamente isolados do meio exterior. Porém, é inevitável que algumas partes do calorímetro também participem das trocas de calor que ocorrem em seu interior, e ele mesmo mude de temperatura. Pelo fato de ele poder ser constituído de partes de diferentes materiais e, principalmente, porque um mesmo calorímetro é utilizado em diferentes medidas, costuma-se representar sua participação nas trocas de calor definindo a *capacidade térmica do calorímetro*, C . Este valor constante permite relacionar a quantidade de calor envolvida na variação de temperatura que o mesmo sofre, Δt :

$$Q = C \Delta t \quad (4)$$

3. Metodologia experimental

3.1. Determinação da capacidade térmica de um calorímetro

Para determinar a capacidade térmica de um calorímetro vamos considerar uma quantidade de água de massa m_1 inicialmente a uma temperatura t_1 , em equilíbrio no interior do calorímetro. Uma outra quantidade de água, de massa m_2 a uma temperatura t_2 , será colocada no

interior do calorímetro. Se o calorímetro fosse ideal, com capacidade térmica nula, a transferência de calor entre estas quantidades de água seria descrita como:

$$m_1 c_a (t_f - t_1) + m_2 c_a (t_f - t_2) = 0 \quad (5)$$

onde t_f é a temperatura final de equilíbrio do sistema e c_a é o calor específico da água.

Entretanto, num calorímetro real haverá sempre troca de calor com as substâncias colocadas em seu interior, e portanto deveremos adicionar essa quantidade de calor trocada na Eq. 5:

$$m_1 c_a (t_f - t_1) + m_2 c_a (t_f - t_2) + C(t_f - t_1) = 0. \quad (6)$$

Isolando a capacidade térmica do calorímetro C , na Eq. 6, obtemos o parâmetro desejado:

$$C = m_2 c_a \frac{(t_2 - t_f)}{(t_f - t_1)} - m_1 c_a \quad (7)$$

3.2. Determinação do calor específico de um sólido

Determinaremos o calor específico de um corpo metálico, c_m . Neste experimento vamos considerar que uma quantidade de água de massa m_1 a uma temperatura t_1 esteja em equilíbrio no interior de um calorímetro com capacidade térmica C . O corpo metálico de massa m_2 é preparado a uma temperatura inicial diferente, t_2 , e é introduzido rapidamente no calorímetro. Após certo tempo é atingido o equilíbrio térmico na temperatura final, t_f . As trocas de calor entre os componentes devem satisfazer:

$$m_1 c_a (t_f - t_1) + m_2 c_m (t_f - t_2) + C(t_f - t_1) = 0 \quad (8)$$

Isolando a grandeza desejada, c_m , na Eq. 8 obtemos

$$c_m = \frac{(m_1 c_a + C)(t_f - t_1)}{m_2 (t_2 - t_f)} \quad (9)$$

3.3. Determinação do calor latente de condensação da água

Mediremos o calor latente de condensação da água, L_c , utilizando o dispositivo mostrado na figura 1. Um balão contém água em ebulição, sendo o vapor conduzido através de um tubo de vidro até o interior de um calorímetro. O bulbo de vidro serve como armadilha para coletar gotas de água que eventualmente venham condensar durante o trajeto, garantindo assim que somente vapor vai ingressar no calorímetro. O calorímetro inicialmente contém uma massa de água m_1 a temperatura inicial t_1 , em equilíbrio térmico.

O tubo conduzindo o vapor é conectado com o calorímetro durante um certo tempo, ingressando uma massa de vapor m_2 , com temperatura t_c , que condensará totalmente. Na situação

final, o sistema completo (água, vapor condensado e calorímetro) estabiliza numa temperatura comum t_f . As trocas de calor no processo completo satisfazem a seguinte equação:

$$m_1 c_a (t_f - t_1) + C(t_f - t_1) + m_2 L_c + m_2 c_a (t_f - t_c) = 0 \quad (10)$$

onde o terceiro e o quarto termos desta expressão estão relacionados, respectivamente, com o processo de condensação da massa m_2 de vapor de água e com a variação de temperatura desta mesma massa, já condensada, de t_c para t_f . A partir da Eq. 10 obtemos o valor do calor de condensação da água:

$$L_c = \frac{(m_1 c_a + C)(t_1 - t_f)}{m_2} + c_a (t_c - t_f). \quad (11)$$

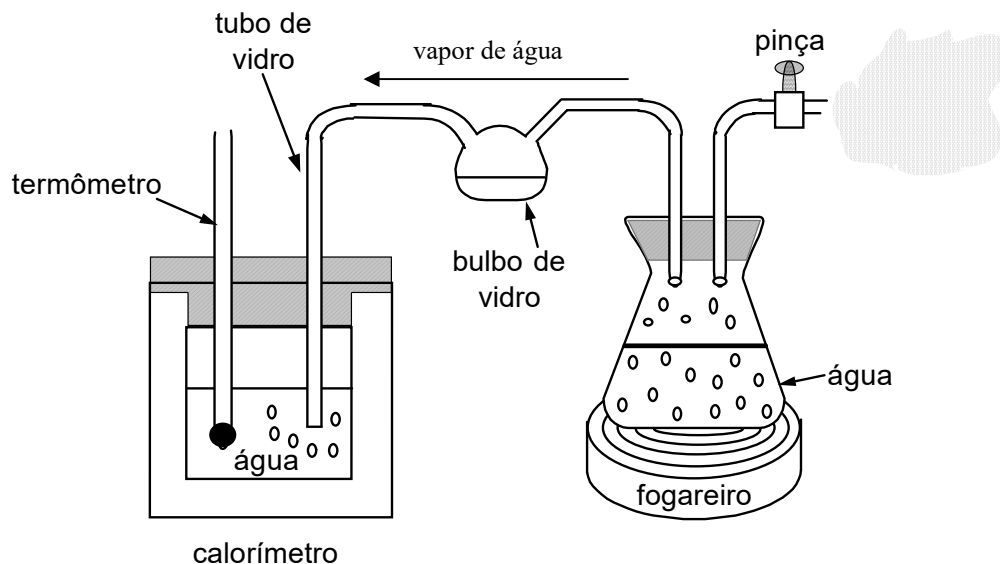


Figura 1: Montagem experimental para determinar o calor latente de condensação da água.

4. Procedimento experimental

4.1. Determinação da capacidade térmica do calorímetro.

- Coloque no interior do calorímetro aproximadamente 120g de água, m_1 , inicialmente a uma temperatura cerca de 10°C abaixo da temperatura ambiente. Use água gelada do bebedouro e, se necessário, acrescente um pouco de gelo.
- Meça continuamente a temperatura no interior do calorímetro, até o sistema entrar em equilíbrio térmico, com temperatura t_1 .
- Adicione agora no calorímetro mais 120g de água, m_2 , a temperatura t_2 da ordem de 20°C acima da temperatura ambiente.
- Espera novamente o sistema entrar em equilíbrio e meça sua temperatura, t_f .
- Determine a capacidade térmica do calorímetro C , utilizando a eq. 7. Compare este resultado com o valor de capacidade térmica do copo de alumínio: $C_{\text{copo}} = m_{\text{copo}} c_{\text{Al}}$. Qual é a relação entre eles? Qual deveria ser maior?

4.2. Determinação do calor específico de um metal.

- Coloque no interior do calorímetro aproximadamente de 150g a 200g de água, m_1 , inicialmente a uma temperatura cerca de 10°C abaixo da temperatura ambiente. Use água gelada do bebedouro e, se necessário, acrescente um pouco de gelo.
- Espere este sistema entrar em equilíbrio térmico e meça a temperatura no interior do calorímetro, t_1 .
- Coloque agora no interior do calorímetro uma das peças de metal (alumínio OU cobre OU latão – *indique sua escolha no relatório*) com massa m_2 e temperatura t_2 igual à temperatura de ebulição da água. Agite a peça para remover a água quente de suas ranhuras antes de colocá-la no calorímetro.
- Espere o sistema entrar em equilíbrio e meça sua temperatura t_f .
- Determine o calor específico do metal utilizando a eq. 9 e compare com o valor tabelado, calculando o erro %. Discuta seus resultados.

$$E(\%) = \frac{|VE - VT|}{VT} \times 100\%$$

4.3. Determinação do calor latente de condensação da água.

- Coloque aproximadamente 150g de água, m_1 , no interior do calorímetro a uma temperatura cerca de 10°C abaixo da ambiente. Use água gelada do bebedouro e, se necessário, acrescente um pouco de gelo.
- Espere este sistema entrar em equilíbrio térmico e meça a temperatura no interior do calorímetro, t_1 .
- Sem colocar o tubo de vidro no interior do calorímetro, como indicado na figura 2, aqueça a água até atingir a temperatura de ebulição, t_c . Atingida a condição de regime estacionário, onde a água está em ebulição e o vapor flui controladamente no tubo de vidro totalmente aquecido, introduza-o no interior do calorímetro.
- Meça a temperatura do calorímetro até que o mesmo atinja cerca de 70°C . Isto equivale a aproximadamente à entrada de 20g de vapor no calorímetro.
- Retire o tubo de vidro do calorímetro, tampe, espere o sistema entrar em equilíbrio e meça a temperatura no interior do calorímetro, t_f .
- Meça a massa de água condensada, m_2 , conhecendo a massa do copo do calorímetro e a massa inicial de água previamente colocada no mesmo, m_1 .
- Determine o calor latente de condensação da água através da eq. 11, discuta seu sinal e compare com valor tabelado, calculando o erro %.

substância	c (cal/g°C°)	d (g/cm ³)
latão	0,092	8,6
gelo	0,500	0,92
água	1,000	1,0
vapor de água	0,480	0,00074
alumínio	0,218	2,7
cobre	0,093	8,9

Bibliografia

“Física” – Vol.1 – P.A. Tipler, 4ª. Edição – Livros Técnicos e Científicos, 1999.

Prática 5: Primeira Lei da Termodinâmica - Equivalente Mecânico da Caloria

1. Objetivo

Determinar o equivalente mecânico da caloria E , isto é, a energia necessária em Joule para aumentar a temperatura de um grama de água em um grau Celsius. A diferença do experimento clássico de Joule, onde se converte trabalho mecânico em energia térmica, converteremos trabalho elétrico sobre uma resistência em energia térmica para aquecer a massa de água.

2. Introdução

2.a. Equivalente mecânico da caloria

No célebre experimento realizado em 1843, James Joule demonstrou quantitativamente que é possível mudar a temperatura de um sistema sem transferir calor, mas efetuando trabalho mecânico sobre ele. Este experimento estabeleceu a conexão entre o trabalho W realizado *sobre* um sistema, a variação da energia interna do sistema ΔU e calor transferido,

$$Q = \Delta U - W, \quad (1)$$

que é a Primeira Lei da Termodinâmica. Como consequência do experimento de Joule, é possível determinar qual é o fator de conversão entre as unidades de trabalho (Joule) e energia térmica (caloria) ou, em outras palavras, quantos Joule são necessários para elevar a temperatura de 1 grama de água em 1 grau Celsius. Este fator E é conhecido como “equivalente mecânico da caloria”. A palavra “mecânico” se origina na circunstância histórica do experimento de Joule, que agitava a água através de um sistema de paletas movimentadas por polias e massas em queda. No entanto, a equivalência trabalho-energia é muito mais geral. Há outras formas de fazer trabalho sobre um sistema físico e assim aumentar sua temperatura, por exemplo através de trabalho elétrico.

2.b. Trabalho elétrico

É possível movimentar cargas elétricas ao longo de um material, aplicando forças apropriadas. Neste caso, estamos fornecendo trabalho sobre o conjunto de cargas, pois mudamos sua energia cinética. Um fluxo de elétrons se movimentando ao longo de um fio de material constitui uma *corrente elétrica*. A unidade de corrente elétrica é o Ampère (A). Para manter essa corrente em movimento, é necessário que exista uma *diferença de potencial elétrico* entre os extremos desse fio. A unidade de potencial elétrico é o Volt (V). A ação da diferença de potencial elétrico sobre as cargas elétricas é análoga à ação da diferença de potencial gravitacional sobre as massas: ocorre movimento na direção do menor potencial.

Supondo que nos extremos de um fio fosse aplicada uma diferença de potencial V , obtida por exemplo de uma bateria, e ao longo do fio circula uma corrente de cargas I , o trabalho W feito pelo gerador sobre as cargas pode ser calculado da expressão:

$$W = V I t, \quad (2)$$

sendo t o tempo durante o qual o potencial V está aplicado sobre o fio. Medindo a corrente em Ampère, o potencial em Volt e o tempo em segundos, o trabalho resulta em unidades de Joule.

No entanto, o movimento dos elétrons dentro do material é perturbado pela presença dos íons. Se a bateria for desligada a corrente cessa, pois as cargas elétricas acabam transferindo sua

energia cinética para os íons, que realizam movimentos oscilatórios com maior energia cinética. A equação (2) mostra que o gerador deve fazer trabalho permanentemente para manter os elétrons circulando, compensando a energia que eles perdem para os íons. O movimento vibratório dos íons constitui energia térmica do material. É por este motivo que a temperatura dos materiais aumenta quando circula uma corrente elétrica. Assim, o trabalho feito pela bateria sobre os elétrons é transformado em energia térmica. Este fenômeno é aproveitado em aplicações cotidianas tais como o ferro de passar ou o chuveiro elétrico.

No experimento, faremos trabalho elétrico (2) sobre um fio condutor e aproveitaremos a elevação de temperatura do fio para aquecer uma massa de água dentro de um calorímetro.

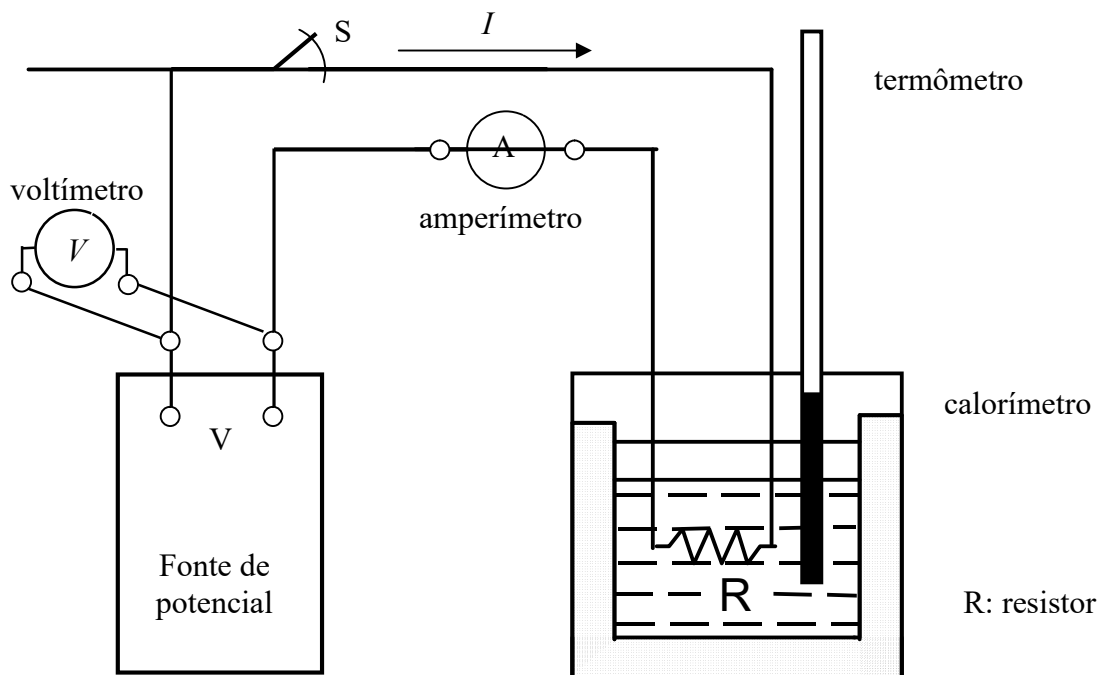


Figura 1: Montagem experimental para medir o equivalente mecânico da caloria E .

3. Metodologia experimental

Na figura 1 está esquematizado o dispositivo experimental. Uma bateria (fonte de potencial) é conectada mediante fios condutores a um *resistor* (R), que é apenas um fio longo de material parcialmente condutor montado dentro de uma carcaça cerâmica. O resistor fica no interior do calorímetro, mergulhado completamente na água. Quando o interruptor S for fechado, a corrente de elétrons I circula pelo circuito e o resistor aquece. Se o interruptor permanece fechado durante um intervalo de tempo t , o trabalho realizado pela fonte de tensão sobre o sistema é dado pela expressão (2). A diferença de potencial V aplicada nos extremos do circuito e a corrente I circulante são medidas diretamente com um voltímetro e um amperímetro, respectivamente. Mediante o termômetro é possível monitorar a variação de temperatura dentro do calorímetro. A massa de água m_A se encontra inicialmente a temperatura T_i . Após um tempo t a temperatura atinge um valor T . Podemos aplicar ao sistema (calorímetro + água) a Primeira Lei da Termodinâmica (1). Considerando que o sistema está termicamente isolado e portanto não há trocas de calor com o ambiente externo $Q=0$, e então resulta $\Delta U = W$. A variação de energia interna ΔU tem duas contribuições: o aumento de temperatura da massa de água e do próprio calorímetro:

$$\Delta U = m_A c_A (T - T_i) + m_C c_{Al} (T - T_i), \quad (3)$$

onde c_A é o calor específico da água, m_C é a massa do copo de alumínio do calorímetro e c_{Al} é o calor específico do alumínio. Utilizando o valor de $c_A = 1 \text{ cal}/(\text{g } ^\circ\text{C})$ e $c_{Al} = 0,215 \text{ cal}/(\text{g } ^\circ\text{C})$, as unidades na equação (3) são calorias. Quando formos igualar (3) com W resultante da equação (2), deveremos considerar a relação entre Joule e calorias, isto é, o equivalente mecânico do calor E . Portanto:

$$m_A c_A (T - T_i) + m_C c_{Al} (T - T_i) = \frac{W}{E}. \quad (4)$$

Substituindo W pela equação (2) e expressando T como função do tempo de aquecimento t :

$$T = \frac{V I}{(m_A c_A + m_C c_{Al}) E} t + T_i. \quad (4)$$

Desta forma a dependência de T com t resulta linear, e o valor do equivalente mecânico da caloria E pode se determinar da inclinação da reta, conhecendo o resto dos parâmetros experimentais.

4. Procedimento

4.1. Determinação da capacidade térmica do calorímetro

- Siga o roteiro 4.1 da prática de Calorimetria (Prática 4 da apostila) para determinar a capacidade térmica C de seu calorímetro. Não é necessário medir a massa do copo de Al (m_C) e fazer a comparação de ($m_C c_{Al}$) com C medido.

4.2. Determinação do equivalente mecânico da caloria

- Verifique a conexão do voltímetro e do amperímetro no circuito, ANTES DE CONECTAR OU LIGAR A FONTE:
 - **Voltímetro** – em paralelo à fonte, na escala de corrente contínua (DC) com máximo de 20 V
 - **Amperímetro** – em série com a fonte, na escala de corrente contínua (DC) com máximo de 2 A
- Coloque inicialmente uma massa de água da ordem de 200g a uma temperatura da ordem de 10°C abaixo da temperatura ambiente. Verifique se o resistor está completamente submerso. Permita o calorímetro equilibrar com a água a uma temperatura T_i .
- Ligue a fonte e, conferindo com o voltímetro, coloque uma voltagem de 10V. Conecte a fonte ao circuito e confira a corrente ($\sim 2 \text{ A}$). Meça o tempo t durante o qual a corrente está circulando pelo resistor. Registre a temperatura e o tempo, aproximadamente a cada incremento de temperatura de um grau.
- Registre os valores até o sistema atingir uma temperatura T_f da ordem de 5°C acima da temperatura ambiente, no mínimo.
- Faça um gráfico de $T(t)$ no computador (use o software gráfico de sua preferência), e use a função de ajuste linear para obter a inclinação da reta média e sua incerteza A partir dessa inclinação, calcule o equivalente mecânico da caloria e sua incerteza, $E \pm \Delta E$, considerando a eq. (4), mas substituindo ($m_C c_{Al}$) pela capacidade térmica C medida no item 4.1).
- Compare o resultado obtido em f) com o valor aceito de $E = 4,186 \text{ J/cal}$.

ATENÇÃO:

- CONFIRA CUIDADOSAMENTE A CONEXÃO DOS INSTRUMENTOS.
- ANTES DE CONECTAR OU LIGAR A FONTE, PEÇA AOS DOCENTES OU TÉCNICOS RESPONSÁVEIS PARA CONFERIR A CONEXÃO.

Prática 6: Processos sobre gases - Medida do fator γ do ar

1. Objetivo

Determinar o valor do fator γ do ar, a razão entre os calores específicos a pressão e volume constantes $\gamma = c_p/c_v$, utilizando o método de Clément e Desormes.

2. Introdução

2.a. O método de Cléments e Desormes

O experimento para determinar o fator γ de gases foi realizado pela primeira vez em 1819 pelos químicos Charles-Bernard Desormes e Nicolas Clément. O método consiste em aplica sobre o gás, suposto ideal, uma série de dois processos ilustrados na figura 1: uma expansão adiabática e um aquecimento isocórico. No estado de equilíbrio (1), dito inicial, uma certa quantidade de moles n de gás se encontram a pressão P_1 acima da pressão atmosférica, com volume V_1 e temperatura T_1 igual à temperatura ambiente. Uma expansão adiabática é realizada até o estado (2) com pressão P_2 igual à pressão atmosférica, volume V_2 e temperatura T_2 menor que a temperatura ambiente. Imediatamente é realizado um aquecimento isocórico até o estado (3), a temperatura ambiente T_1 e pressão P_3 .

Para calcular o fator γ do gás, consideramos a relação entre P e V a longo de um processo adiabático: $P V^\gamma = \text{constante}$. Assim podemos escrever que

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \quad . \quad (1)$$

Desta relação é possível chegar a escrever o fator γ como

$$\gamma = \frac{\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)}{\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)} \quad . \quad (2)$$

Para obter o resultado apenas em termos de pressões e não de volumes, que na prática serão difíceis de medir com precisão, pode se considerar agora o processo isocórico (2) \rightarrow (3) e a condição que os estados (1) e (3) se encontram sobre a mesma isoterma de temperatura T_1 . Resulta assim

$$\gamma = \frac{\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)}{\ln\left(\frac{P_3}{P_1}\right)} \quad . \quad (3)$$

Portanto, o valor de γ pode ser obtido medindo apenas os três valores de pressão, sendo P_2 a pressão atmosférica.

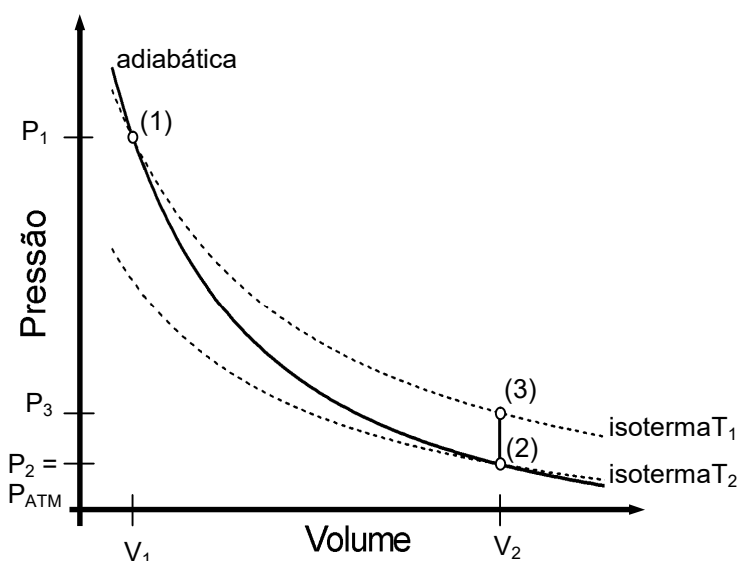


Figura 1: Diagrama P-V para o processo sobre o gás aplicado no experimento de Cléments e Desormes: entre o estado inicial (1) e o (2) o processo é adiabático. Entre (2) e (3) é isocórico.

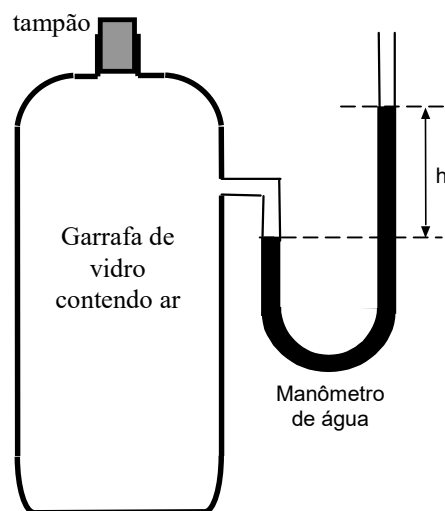


Figura 2: Esquema da montagem do experimento de Clements e Desormes com o manômetro acoplado.

2.b. Medida das pressões

No experimento montado no laboratório, as pressões serão medidas usando manômetros de coluna de água abertos no extremo, tal como indicado na figura 2. Neste caso as pressões em função da altura h da coluna resultam:

$$\begin{aligned} P_1 &= P_{ATM} + \rho g h_1 \\ P_2 &= P_{ATM} \\ P_3 &= P_{ATM} + \rho g h_3 . \end{aligned} \quad (4)$$

Observe que para P_2 , que é à pressão atmosférica P_{ATM} , a altura de coluna de mercúrio deve ser nula: $h_2 = 0$. Com estas expressões e com (3) já é possível calcular γ a partir das medidas de P_{ATM} , h_1 e h_3 . No entanto, é possível ainda obter uma expressão mais compacta para γ em função das alturas medidas nos manômetros fazendo uma aproximação em (3). Em primeiro lugar, reescrevemos as pressões P_1 e P_3 como

$$\begin{aligned} P_1 &= P_{ATM} \left(1 + \frac{\rho g h_1}{P_{ATM}} \right) \\ P_3 &= P_{ATM} \left(1 + \frac{\rho g h_3}{P_{ATM}} \right) . \end{aligned} \quad (5)$$

Em segundo lugar, podemos utilizar uma expressão da função logaritmo na forma de uma série infinita:

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$

que é válida quando $x < 1$. Quanto mais termos sejam considerados na série do lado direito, mais próximo será o resultado da soma ao valor de $\ln(1+x)$. A aproximação mais simples desta expressão, válida quando x é muito pequeno ($x \ll 1$) é simplesmente considerar o primeiro termo da série

$$\ln(1+x) \cong x \quad (6)$$

Substituindo em (3) as expressões de (4) para P_1 e P_3 , é possível usar a aproximação (6) nos logaritmos, identificando a x com a razão $\frac{\rho g h}{P_{ATM}}$, resultando na expressão aproximada:

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_3} \quad (7)$$

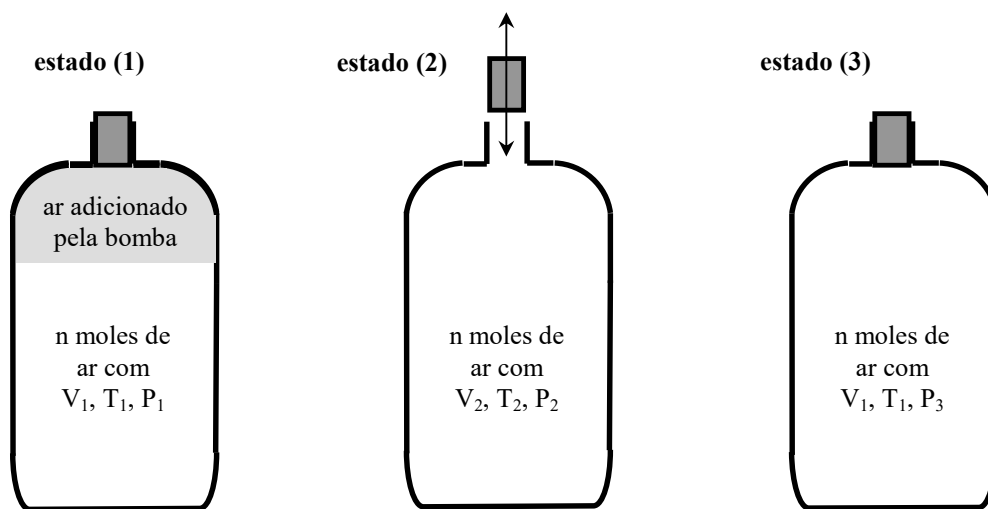


Figura 3: Os três estados considerados no processo do experimento de Clements e Desormes.

3. Experimento

O recipiente utilizado para conter o gás (ár) será um garrafão de vidro com um manômetro de água acoplado, como mostrado na figura 2. A garrafa tem uma rolha para tampar/destampar e uma entrada adicional acoplada a uma bomba manual, para aumentar a pressão interior do gás. O procedimento sugerido está indicado a seguir, seguindo a seqüência ilustrada na figura 3.

- Preparação:** o garrafão é tampado e, utilizando a bomba manual, certa quantidade de ar é injetada para aumentar a pressão interna. Espere o sistema entrar em equilíbrio (observe o manômetro) num estado com temperatura ambiente T_1 e pressão P_1 (e altura h_1 no manômetro). Este é o estado inicial (1). Registre o valor de h_1 .
- Processo adiabático:** destampe e feche rapidamente o garrafão. Desta forma a pressão interna deve ficar igual à pressão atmosférica: $P_2 = P_{ATM}$. Como o processo de abertura/tampado é rápido, o gás que está no interior do garrafão não tem tempo de trocar calor com o ambiente nesse intervalo de tempo: a condutividade térmica do vidro é baixa. Portanto, o processo pode ser considerado adiabático. Quando o tampão é fechado, estamos no estado (2).
- Processo isocórico:** imediatamente após a expansão adiabática o gás deveria estar numa temperatura T_2 menor que a temperatura ambiente. Espere um certo tempo até a

- temperatura do sistema atingir a temperatura ambiente T_1 . Como a garrafa é rígida, o processo ocorre com volume constante V_2 . Quando o gás atingir a T_1 , o sistema se encontra no estado final (3). Registre a pressão P_3 nessa condição (altura h_3).
- Calcule γ e repita o processo experimentando com diferentes tempos de abertura do tampão do garrafão e decida qual é o mais conveniente. Tempos curtos demais talvez não sejam suficientes para liberar o excesso de pressão e atingir a pressão atmosférica dentro da garrafa. Tempos longos demais são inconvenientes, pois o ar trocará calor com o ambiente, e o processo já não será adiabático. Portanto, ao destampar o garrafão, use o menor tempo que seja suficiente para deixar escapar o excesso de ar do garrafão. Por exemplo, você pode deixar seus dedos sentindo o “vento” saindo do tubo, e tampá-lo assim que sentir que o ar parou de escapar.
 - Uma vez escolhido o tempo mais apropriado, meça entre 6 e 10 vezes os pares (h_1, h_3) para determinar a média e o desvio padrão dos valores calculados de γ . Discuta o resultado obtido, comparando com os valores esperados para gases monoatômicos ($\gamma \approx 1,67$), diatômicos ($\gamma \approx 1,4$) e poliatômicos ($\gamma \approx 1,3$). É possível, através das suas medidas, concluir se o ar é constituído predominantemente de moléculas mono-, di- ou poli-atômicas?

Desvio padrão:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Questões para serem discutidas *antes* de realizar a prática, e *opcionalmente* incluídas no relatório:

- Demonstre a expressão (3).
- Demonstre a expressão (7).

Questões para serem discutidas *durante* a prática, e *opcionalmente* incluídas no relatório:

- Qual é a quantidade de gás que efetivamente participa do processo completo (1) \rightarrow (2) \rightarrow (3)? É todo o ar que está no garrafão após pressurizar com a bomba, no estado (1)?
- Usando valores experimentais, faça um cálculo aproximado do número de moles de ar n que efetivamente participaram no processo.

Bibliografia

“Física” – Vol.1 – P.A. Tipler, 4ª. Edição – Livros Técnicos e Científicos, 1999.

Apêndice 1 – Propagação de erros

Formulas de propagação de incertezas para as operações básicas e algumas funções importantes.

- **Adição:** $z \pm \Delta z = (x \pm \Delta x) + (y \pm \Delta y) = (x + y) \pm (\Delta x + \Delta y)$
- **Subtração:** $z \pm \Delta z = (x \pm \Delta x) - (y \pm \Delta y) = (x - y) \pm (\Delta x + \Delta y)$
- **Multiplicação:** $z \pm \Delta z = (x \pm \Delta x) \cdot (y \pm \Delta y) = (x \cdot y) \pm (x\Delta y + y\Delta x)$
- **Multiplicação por uma constante:** $z \pm \Delta z = c (x \pm \Delta x) = cx \pm c\Delta x$
- **Potência:** $z \pm \Delta z = (x \pm \Delta x)^n = x^n \pm n x^{n-1} \cdot \Delta x$
- **Divisão:** $z \pm \Delta z = \frac{x \pm \Delta x}{y \pm \Delta y} = \frac{x}{y} \pm \frac{1}{y^2} (x\Delta y + y\Delta x)$
- **Cosseno:** $z \pm \Delta z = \cos (x \pm \Delta x) = \cos x \pm \text{sen } x \cdot (\Delta x)$
- **Seno:** $z \pm \Delta z = \text{sen } (x \pm \Delta x) = \text{sen } x \pm \cos x \cdot (\Delta x)$
- **Logarítmo:** $z \pm \Delta z = \log_c (x \pm \Delta x) = \log_c x \pm \frac{\log_c e}{x} \cdot \Delta x$
- **Exponencial:** $z \pm \Delta z = c^{(x \pm \Delta x)} = c^x \pm c^x \cdot \ln c \cdot (\Delta x)$

Apêndice 2 – Método de ajuste por mínimos quadrados

O método dos mínimos quadrados é um método de análise gráfica que permite determinar os parâmetros de uma curva de forma analítica. No caso de uma função linear $y(x) = ax + b$, o método permite ajustar os valores dos coeficientes angular a e linear b , a partir da tabela de valores medidos para x_i e y_i . O princípio básico do método é determinar a e b a partir da seguinte regra: *a soma dos quadrados das distâncias entre os pontos experimentais e a curva que se quer ajustar deve ser mínima*. Quando esta condição é satisfeita temos a melhor curva ajustada pelo método. No caso linear, os coeficientes são determinados a partir das seguintes expressões:

$$\text{inclinação da reta (coeficiente angular): } a = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\text{ordenada na origem (coeficiente linear): } b = \bar{y} - a \bar{x}$$

sendo \bar{x} e \bar{y} os valores médios sobre a tabela de valores de x_i e y_i :

$$\bar{x} = \frac{\sum_i x_i}{N} \quad \text{e} \quad \bar{y} = \frac{\sum_i y_i}{N}$$

e os somatórios sobre os N dados da tabela. A incerteza associada aos coeficientes é:

$$\Delta a = \frac{\sigma}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}} \quad \text{e} \quad \Delta b = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i)^2}{N \sum_i (x_i - \bar{x})^2}} \sigma$$

sendo a quantidade σ definida como:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i (ax_i + b - y_i)^2}{N - 2}}$$

Esta quantidade σ é aproximadamente a *média* das quantidades $(ax_i + b - y_i)^2$, os quadrados das distâncias entre o dado medido y_i e o valor calculado através da reta $ax_i + b$. Este valor σ caracteriza a magnitude da dispersão dos dados experimentais com relação à melhor reta ajustada.